Asymptoten en raaklijnen

13 maximumscore 3

- $\lim\limits_{x\to\infty} e^{-\frac{1}{x}} = 1$ (of $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{-\frac{1}{x}} = 1$), dus de grafiek van *f* heeft een horizontale asymptoot met vergelijking $y = 1$ 1
- $\lim\limits_{x\uparrow 0} e^{-\frac{1}{x}} = \infty$, dus de grafiek van *f* heeft een verticale asymptoot met vergelijking $x = 0$ 1
- Dus de grafiek van de inverse functie van *f* heeft een horizontale asymptoot met vergelijking $y = 0$ en een verticale asymptoot met vergelijking $x = 1$ 1

of

- De inverse functie van *f* is gegeven door $f^{\text{inv}}(x) = \dfrac{-1}{\ln(x)}$ 1
- $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{-1}{\ln(x)}\right) = 0$, dus de grafiek van de inverse functie van *f* heeft een horizontale asymptoot met vergelijking $y = 0$ 1
- $\lim\limits_{x\downarrow 1}\left(\dfrac{-1}{\ln(x)}\right) = -\infty$ (of $\lim\limits_{x\uparrow 1}\left(\dfrac{-1}{\ln(x)}\right) = \infty$), dus de grafiek van de inverse functie van *f* heeft een verticale asymptoot met vergelijking $x = 1$ 1

Opmerking
Als de kandidaat bij het tweede antwoordelement van het eerste antwoordalternatief geen limiet gebruikt, maar een argument noemt als 'voor $x = 0$ is $\frac{1}{x}$ en dus f niet gedefinieerd', hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

Vraag	Antwoord	Scores

14 **maximumscore 7**

- Een vergelijking van de raaklijn in P met x-coördinaat p is $y - \mathrm{e}^{-\frac{1}{p}} = \frac{1}{p^2} \cdot \mathrm{e}^{-\frac{1}{p}} \cdot (x - p)$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 2
- De x-coördinaat van S is oplossing van de vergelijking $-\mathrm{e}^{-\frac{1}{p}} = \frac{1}{p^2} \cdot \mathrm{e}^{-\frac{1}{p}} \cdot (x - p)$ 1
- Dit geeft $x_S = -p^2 + p$ 1
- x_S is maximaal als $-2p + 1 = 0$ 1
- Dit geeft $p = \frac{1}{2}$ 1
- De maximale waarde van x_S is $\frac{1}{4}$ 1

of

- De raaklijn die de x-as snijdt in punt S met de grootste x-coördinaat is de raaklijn in het buigpunt van de grafiek van f 1
- $f''(x) = \frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{x^2} \cdot \mathrm{e}^{-\frac{1}{x}} - \frac{2}{x^3} \cdot \mathrm{e}^{-\frac{1}{x}}$ 1
- $f''(x) = 0$ geeft $\frac{1}{x^4} = \frac{2}{x^3}$ 1
- De x-coördinaat van het buigpunt is $\frac{1}{2}$ 1
- De y-coördinaat van het buigpunt is e^{-2} 1
- De richtingscoëfficiënt van de raaklijn in het buigpunt is $4\mathrm{e}^{-2}$ 1
- Hieruit volgt dat deze raaklijn de x-as snijdt voor $x = \frac{1}{4}$ (dus de maximale waarde van x_S is $\frac{1}{4}$) 1

Opmerking
Voor het eerste antwoordelement van het eerste antwoordalternatief mogen uitsluitend 0 of 2 scorepunten worden toegekend.